УДК 311

Р. О. Кулинич,
доктор економічних наук, професор,
завідувач кафедри математики, статистики та інформаційних технологій
Хмельницького університету управління та права

СТАТИСТИЧНЕ ПРОГНОЗУВАННЯ ОБСЯГУ ПРОДУКЦІЇ СІЛЬСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА КИЇВСЬКОЇ ОБЛАСТІ

R. O. Kulynych,
Doctor of Economic Sciences, Professor of Economics,
Head of Department of mathematics, statistics and information technology,
Khmelnytsky University of Management and Law, Ukraine

Statistical forecasting the volume of agricultural production Kiev region

Запропоновано спосіб оцінювання методів прогнозування (методу регресійно-кореляційного аналізу та статистичних рівнянь залежностей) на основі аналізу похибок прогнозу із застосуванням методу комплексних статистичних коефіцієнтів. Встановлення похибки прогнозу запропоновано здійснювати шляхом співставлення прогнозованого та фактичного значення показників. Такий ретроспективний підхід дозволяє встановити кращий метод прогнозування. Розрахунки тренду, виконані у статті наведено також графічно з визначенням мінімальних, середніх та максимальних прогнозних значень. Застосування методу статистичних рівнянь залежностей для вивчення змін в динаміці дозволяє зменшити рівень похибки прогнозного розрахунку у зв'язку з тим, що таке вивчення дає змогу отримати науково обґрунтовані результати як при нечисленній, так і численній сукупності рівнів динамічного ряду. Достовірність розрахунків прогнозу явищ та процесів на основі методу статистичних рівнянь залежностей забезпечується шляхом обчислення для досліджуваного рівняння рівня стійкості тренду. З метою визначення інтервальних значень прогнозу (мінімальні та максимальні значення прогнозу) на основі методу статистичних рівнянь залежностей в статті запропоновано використовувати середнє лінійне відхилення.

In this article the method of evaluation of forecasting methods (regression, correlation analysis and statistical dependence equations) based on analysis of the forecast errors using the method of complex statistical coefficients. Installing the forecast error is proposed to carry out by comparing the predicted and actual values of parameters. This retrospective approach allows us to establish the best method of forecasting. Trend calculations made in the article are also graphically with the definition of minimum, medium and maximum predictive values. Application of statistical dependencies equations to study the changes in dynamics can reduce the level of uncertainty of the forecast calculation due to the fact that this study makes it possible to obtain scientifically based results as with a few, and numerous levels of aggregate time series. The reliability of the forecast calculations phenomena and processes on the basis of statistical dependencies equations provided by the calculation for the investigated comparing the sustainability trend. To determine the values of the prediction interval (minimum and maximum values of the forecast) on the basis of the statistical dependencies in Equations paper proposes to use average linear deviation.

Предложен способ оценки методов прогнозирования (метода регрессионно-корреляционного анализа и статистических уравнений зависимостей) на основе

анализа погрешностей прогноза с применением метода комплексных статистических коэффициентов. Установка погрешности прогноза предложено осуществлять путем сопоставления прогнозируемого и фактического значения показателей. Такой ретроспективный подход позволяет установить лучший метод прогнозирования. Расчеты тренда, выполненные в статье приведены также графически с определением минимальных, средних и максимальных прогнозных значений. Применение метода статистических уравнений зависимостей для изучения изменений в динамике позволяет уменьшить уровень погрешности прогнозного расчета в связи с тем, что такое изучение позволяет получить научно обоснованные результаты как при немногочисленной, так и многочисленной совокупности уровней динамического ряда. Достоверность расчетов прогноза явлений и процессов на основе метода статистических уравнений зависимостей обеспечивается путем вычисления для исследуемого уравнения уровня устойчивости тренда. С целью определения интервальных значений прогноза (минимальные и максимальные значения прогноза) на основе метода статистических уравнений зависимостей в статье предложено использовать среднее линейное отклонение.

***Ключові слова**: прогноз, метод кореляційно-регресійного аналізу, метод статистичних рівнянь залежностей, метод комплексних статистичних коефіцієнтів.*

***Keywords**: forecast, method of correlation and regression analysis, the method of statistical equations dependencies, method of complex statistical coefficients.*

***Ключевые слова**: прогноз, метод корреляционно-регрессионного анализа, метод статистических уравнений зависимостей, метод комплексных статистических коэффициентов.*

Постановка проблеми у загальному вигляді та її зв'язок із важливими науковими чи практичними завданнями. Розроблення плану та стратегії розвитку України в умовах ринкових відносин передбачає наукове обґрунтування прогнозів основних мікро- та макроекономічних показників. Статистичне прогнозування динаміки цих показників передбачає, що значення результативної ознаки не підлягають ранжуванню, на відміну від вихідних даних варіаційного ряду.

Визначення тренду у динамічному ряді на основі статистичних та математичних методів повинно враховувати: наявність лагу (тобто невідповідності у часі дій та їх наслідків); незіставність окремих значень ряду; застосування для прогнозування нечисленних рядів; статистичне оцінювання ряду на основі застосування різних аналітичних форм рівнянь тренду (лінійного чи нелінійного).

Статистика розглядає усі явища та процеси як взаємопов'язані між собою, наприклад, зміна законодавства (податкового та фінансового), зміна курсів валют, інфляція, зміна інструкцій щодо обліку даних у статистичній звітності тощо призводить до непорівнянності рядів динаміки для статистичного аналізу та прогнозування.

***Аналіз останніх досліджень і публікацій**, у яких започатковано розв'язання проблеми і на які опирається автор, виділення невирішених раніше частин загальної проблеми, котрим присвячується стаття.* Питанням статистичного оцінювання результатів соціально-економічного розвитку країни присвячені праці А. В. Головача [1], І. Г. Манцурова [7], Н. О. Парфенцевої [9], О. Г. Осауленка [8] та інших вчених.

***Формулювання мети статті** (постановка завдання).* Метою статті є розгляд та розробка методики прогнозування динаміки обсягу продукції сільського господарства Київської області.

***Виклад основного матеріалу дослідження** з новим обґрунтуванням отриманих наукових результатів.* Встановлення похибки прогнозу запропоновано здійснювати шляхом співставлення прогнозованого та фактичного значення показників. Такий ретроспективний підхід дозволяє встановити кращий метод прогнозування. Розрахунки тренду наведено також графічно з визначенням мінімальних, середніх та максимальних прогнозних значень. Застосування методу статистичних рівнянь залежностей для вивчення змін в динаміці дозволяє зменшити рівень похибки прогнозного розрахунку у зв'язку з тим, що таке вивчення дає змогу отримати науково обґрунтовані результати як при нечисленній, так і численній сукупності рівнів динамічного ряду. Достовірність розрахунків прогнозу явищ та процесів на основі методу статистичних рівнянь залежностей забезпечується шляхом обчислення для досліджуваного рівняння рівня стійкості тренду. З метою визначення інтервальних значень прогнозу

(мінімальні та максимальні значення прогнозу) на основі методу статистичних рівнянь залежностей запропоновано використовувати середнє лінійне відхилення.

Значення прогнозу одержують використовуючи основний постулат прогнозування про суттєву незмінність тенденції факторів, які формували розвиток показника у прогнозованому періоді. Екстраполяція передбачає, що закономірність розвитку явища, встановлена на основі регресійного рівняння, може бути продовжена за межі тих умов, в яких її було отримано. На основі визначення довірчих інтервалів можна встановити межі (мінімальні та максимальні рівні), в яких, за визначеного рівня імовірності, знаходяться значення прогнозованого показника.

Результати дослідження. Способи прогнозування рівнів продукції сільського господарства Київської області розглянемо на прикладі застосування методів регресійного аналізу та статистичних рівнянь залежностей. Метою цих розрахунків є визначення прогнозних значень з подальшим оцінюванням вірогідності прогнозованого продукції сільського господарства у майбутньому періоді.

Встановлення параметрів рівняння лінійного тренду динамічного ряду продукції сільського господарства Київської області у постійних цінах 2010 р. на основі регресійного аналізу представлено в табл. 1 [6, 10].

Таблиця 1.
Вихідні дані для розрахунку параметрів лінійного тренду продукції сільського господарства Київської області

Рік	Символ року, t	Продукція сільського господарства, млн. грн., y	$t_i y_i$	t_i^2	Теоретичні значення продукції сільського господарства, млн. грн., $\hat{y}$	$\left(y-\hat{y}\right)^2$
2007	1	11225,0	11225	1	10699,06	276615,89
2008	2	11764,1	23528,2	4	11392,07	138405,26
2009	3	11561,6	34684,8	9	12085,09	274037,29
2010	4	11490,7	45962,8	16	12778,1	1657398,76
2011	5	13627,8	68139	25	13471,11	24550,41
2012	6	14791,1	88746,6	36	14164,13	393093,17
2013	7	14986,4	104904,8	49	14857,14	16707,41
Разом	28,00	89446,7	377191,2	140	89446,7	2780808,19

Система нормальних рівнянь набуде вигляду:

$$\begin{cases} 7\ a + 28\,b = 89446{,}7\,; \\ 28\ a + 140\ b = 377191{,}2\,. \end{cases}$$

Розв’язком даної системи буде лінійне рівняння тренду виду:

$$\hat{y} = 10006{,}043 + 693{,}014 \times t.$$

Це означає, що з року в рік відбувається приріст продукції сільського господарства на 693,0 млн. грн. З метою вивчення точності оцінок регресії або величини відхилень теоретичних ($\hat{y}$) з фактичними їх значеннями (y) в табл. 1 наведено відповідний розрахунок $\left(y-\hat{y}\right)^2$.

Оцінювання параметрів рівнянь тренду основного макроекономічного показника на основі застосування методу найменших квадратів, передбачає встановлення кращої апроксимації за формулою мінімізації суми квадратів різниці теоретичних значень ($\hat{y}$), визначених за рівнянням тренду, від фактичних (y), а саме:

$$\sum_{i=1}^{n}\left(y-\hat{y}\right)^2 \to \min\,.$$

Побудова довірчого інтервалу прогнозних значень за Е. Ферстером та Б. Ренцом передбачає встановлення стандартного відхилення рівняння регресії на основі застосування формули [5]:

$$S^2_{\hat{y}_i} = S^2_u \times \left(\frac{1}{n} + \frac{(t_i - \bar{t})^2}{\sum_{i=1}^{n} (t_i - \bar{t})^2} \right),$$

де $S^2_{\hat{y}_i}$ — стандартне відхилення рівняння регресії;

S^2_u — залишкова дисперсія;

n — число спостережень;

t_i — значення символів часу;

$\bar{t}$ — середнє значення символів часу.

Довірчі межі істинного рівня регресії $\tilde{y}_i$ при відомому значенні надійності α та пояснювальної змінної ti визначають за формулою:

$$\hat{y}_i - t_{f,\alpha} S_{\hat{y}_i} \le \tilde{y}_i \le \hat{y}_i + t_{f,\alpha} S_{\hat{y}_i},$$

де $S_{\hat{y}_i}$ — квадратний корінь із стандартного відхилення рівняння регресії;

$t_{f,\alpha}$ — критерій Стьюдента, визначений на основі відомих значень рівня імовірності α та кількості ступенів вільності $f=n-m-1$.

Визначимо довірчий інтервал для досліджуваних прогнозованих рівнів макроекономічного показника. Так, для показника “Продукція сільського господарства (у постійних цінах 2010 р., млн. грн.)” (y) довірчі межі для істинних значень регресії по усіх членах ряду динаміки t_i (i = 1, ..., 7) складемо табл. 2 та використаємо формулу стандартного відхилення. Середнє значення символів часу $\bar{t}$ =4 р., залишкова дисперсія дорівнює $S^2_u = \frac{2780808,19}{7-2} = 556161,64$, n = 7 р. Знаходимо квантиль $t_{f,\alpha}$ розподілу Стьюдента при α = 0,05 і f = 7-1-1 = 5 ступенях вільності: $t_{5;0,05}$ =2,57.

Таблиця 2.
Довірчий інтервал лінійного тренда й прогнозованих значень продукції сільського господарства Київської області на 2014–2015 рр.

Рік	Символ року, t	Теоретичні значення Продукції сільського господарства, млн. грн., $\hat{y}$	$(t_i - \bar{t})^2$	$S_{\hat{y}_i}$	$t_{6;0,05} S_{\hat{y}_i}$	$\hat{y}_i - t_{f,\alpha} S_{\hat{y}_i}$	$\hat{y}_i + t_{f,\alpha} S_{\hat{y}_i}$
1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*
2007	1	11225	9,00	508,15	1306,24	9392,81	12005,30
2008	2	11764,1	4,00	436,67	1122,51	10269,57	12514,58
2009	3	11561,6	1,00	362,07	930,73	11154,35	13015,82
2010	4	11490,7	0,00	333,52	857,33	11920,77	13635,43
2011	5	13627,8	1,00	362,07	930,73	12540,38	14401,85
2012	6	14791,1	4,00	436,67	1122,51	13041,62	15286,63
2013	7	14986,4	9,00	538,52	1384,30	13472,85	16241,44
	Разом		28,00				
2014	8	15550,16	16,00	630,28	1620,20	13929,96	17170,35
2015	9	16243,17	25,00	758,96	1950,98	14292,20	18194,15

У другій графі табл. 2 вміщено позначення символів часу t_i (2007-2013 рр.). Графа 3 містить визначені в табл. 1 значення регресії. Стандартні похибки окремих значень регресії наведено в графі 5, а в 7 і 8 графах відповідно вказані мінімальні та максимальні значення довірчих меж. Наприклад, при t_8= 8

(прогноз на 2014 рік) дійсні рівні регресії з імовірністю 0,95 будуть належати інтервалу: $13929{,}96 \leq \hat{y}_8 \leq 17170{,}35$

Динаміка продукції сільського господарства Київської області за 2007-2013 рр., а також теоретичні й прогнозовані значення (визначені з допомогою методу регресійного аналізу) на 2014, 2015 рр. та його довірчий інтервал наведено на графіку (див. рис. 1).

Результати здійснених прогнозних розрахунків рівнів продукції сільського господарства методом регресійних рівнянь тренду доповнимо застосуванням методу статистичних рівнянь залежностей.

Методологічні положення прогнозування як на основі застосування методу регресійного аналізу, так і статистичних рівнянь залежностей, здійснюється для вихідних даних інтервальних (моментних) динамічних рядів досліджуваного явища, для якого визначають тенденцію розвитку (тренд).

На основі застосування методу статистичних рівнянь залежностей можна розв'язати такі завдання статистичного аналізу взаємозв'язку явищ та процесів:

1) виявлення основного напрямку розвитку (тренду);

2) обґрунтування прогнозних рівнів економічних явищ;

3) оцінка інтенсивності використання чинників, що формують розвиток економічного явища в динаміці.

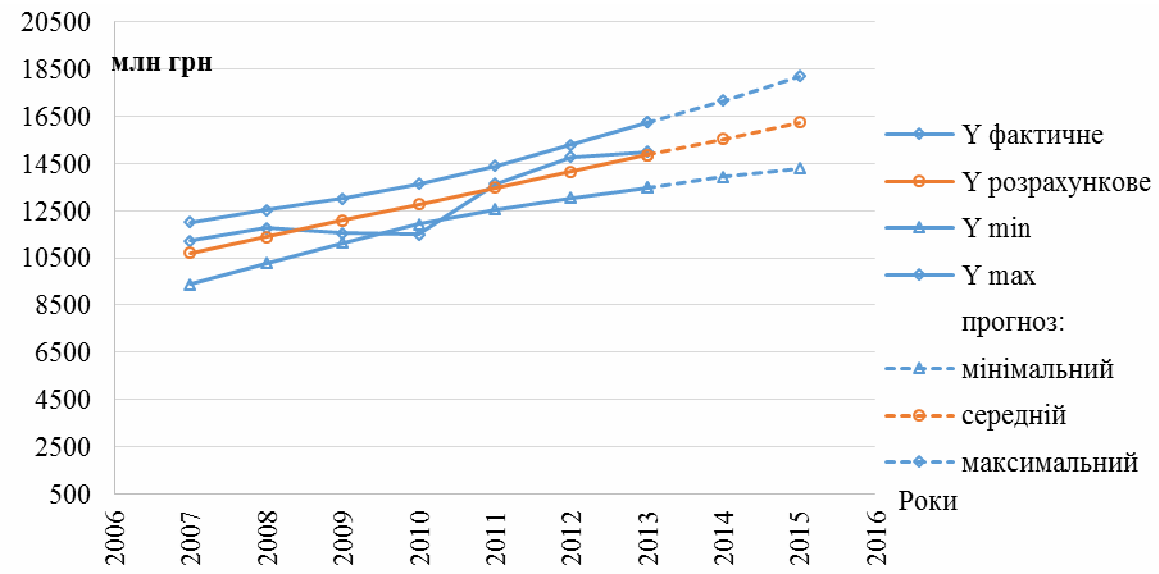

Рис. 1. Динаміка фактичного і теоретичного продукції сільського господарства за 2007-2013 рр. та прогнозовані значення, виконані методом регресійного аналізу, на 2014–2015 рр.

Застосування методу статистичних рівнянь залежностей у прогнозуванні розвитку явищ та процесів передбачає встановлення рівня стійкості тренду. Достовірність прогнозних даних забезпечується, коли зазначений коефіцієнт набуває значень в межах від 0,7 до 1,0, що свідчить про виявлення стійкої тенденції розвитку явища. Встановлення кращої функції взаємозв'язку здійснимо також за критерієм мінімуму абсолютного розміру відхилень між розрахунковими (y_t) та дійсними (y) рівнями досліджуваного показника за формулою $\sum |y - y_t| \to min$. Врахування цих критеріїв при застосуванні комп'ютерної програми "Метод статистичних рівнянь залежностей" дозволило одержати наступні результати (див. табл. 3) [3, С.92 – 108; 133 – 135; 4].

Прогнозування на основі даних динамічного ряду продукції сільського господарства характеризується рівнянням прямої залежності при зменшенні чинникової та результативної ознак, за формулою [2, 3] (лінійна ЛПЗ №2):

$$y_t = y_{\max}\left(1 - bd^{1-\frac{t_i}{t_{max}}}\right),$$

де y_t — рівняння лінійного тренду;

y_{max} — максимальне значення результативної ознаки;
b — параметр тренду;
d — символ відхилень коефіцієнта порівняння;
ti – значення символу року;
tmax — максимальне значення символу року.

Таблиця 3.
Параметри та критерії методу статистичних рівнянь залежностей при виборі функції тренду продукції сільського господарства Київської області за 2007-2013 рр.

№	Рівняння залежності	Показник					Врахування критеріїв методу при виборі функції тренду
		параметр залежності	коефіцієнт стійкості зв'язку	коефіцієнт кореляції	індекс кореляції	сума відхилень	
		b	K	r	R	$\lvert y_i - y_t \rvert$	
1	лінійна ЛПЗ №1	0,04612	стійкого зв'язку немає	0,95	0,94	3972,4	функція не може бути підібрана
2	лінійна ЛПЗ №2	0,34383	0,771	0,97	0,97	3535,6	найкраща функція (при зменшенні як чинникової, так і результативної ознак)
3	лінійна ЛОЗ №1	0,32284	стійкого зв'язку немає	0,24	-	16354,4	функція не може бути підібрана
4	лінійна ЛОЗ №2	0,04912	стійкого зв'язку немає	0,4	-	18975,2	функція не може бути підібрана
5	парабола	0,34383	0,771	0,97	0,97	3535,6	найкраща функція
6	обернена парабола	0,04612	стійкого зв'язку немає	0,95	0,94	3972,4	функція не може бути підібрана
7	гіпербола ГПЗ №1	0,21976	стійкого зв'язку немає	0,84	0,84	7173,4	функція не може бути підібрана
8	гіпербола ГПЗ №2	0,64756	стійкого зв'язку немає	0,81	0,64	9672,5	функція не може бути підібрана
9	гіпербола ГОЗ №1	0,60804	стійкого зв'язку немає	0,09	-	18355,6	функція не може бути підібрана
10	гіпербола ГОЗ №2	0,23405	стійкого зв'язку немає	0,6	0,52	14362,9	функція не може бути підібрана
11	логічна ЛОГПЗ №1	0,00002	стійкого зв'язку немає	0,86	0,86	7130,7	функція не може бути підібрана
12	логічна ЛОГПЗ №2	0,00006	стійкого зв'язку немає	0,82	0,67	7099,2	функція не може бути підібрана
13	логічна ЛОГОЗ №1	0,00004	стійкого зв'язку немає	0,11	-	20093,3	функція не може бути підібрана
14	логічна ЛОГОЗ №2	0,00002	стійкого зв'язку немає	0,58	0,5	14108,7	функція не може бути підібрана

Вихідні дані з метою кількісного оцінювання динаміки продукції сільського господарства на

основі рівняння тренду наведено в табл. 4.

Таблиця 4.
Розрахунково-допоміжна таблиця для встановлення параметрів тренду продукції сільського господарства Київської області за 2007-2013 рр.

Рік	Продукції сільського господарства, млн. грн., y	Символ року, t	$1-\frac{t_i}{t_{\max}}$ (d_t)	$1-\frac{y_i}{y_{\max}}$ (d_y)	$b\ d_t$	Теоретичні значення продукції сільського господарства , млн. грн., y_t
2007	11225	1	0,8571	0,2510	0,2947	10569,8000
2008	11764,1	2	0,7143	0,2150	0,2456	11305,9000
2009	11561,6	3	0,5714	0,2285	0,1965	12042,0000
2010	11490,7	4	0,4286	0,2333	0,1474	12778,1000
2011	13627,8	5	0,2857	0,0907	0,0982	13514,2000
2012	14791,1	6	0,1429	0,0130	0,0491	14250,3000
2013	14986,4	7	0,0000	0,0000	0,0000	14986,4000
Разом	89446,7	28	3,0000	1,0315	–	89446,7000

За даними табл. 4 параметри рівняння тренду прямої залежності становлять [6]:

1. y_{max} = 14986,4 (млн. грн.).
2. Параметр залежності “*b*”:

$$b=\frac{\sum\left(1-\frac{y_i}{y_{max}}\right)}{\sum\left(1-\frac{t_i}{t_{max}}\right)}=\frac{1{,}0315}{3{,}0000}=0{,}3438.$$

З урахуванням наведених вище параметрів, рівняння лінійного тренду набуде вигляду:

$$y_t=14986{,}4\times\left(1-0{,}3438\times d_{1-\frac{t_i}{t_{max}}}\right).$$

Параметр “*b*” рівняння означає, що зміна відхилень коефіцієнтів порівняння динамічного ряду на один рік супроводжується зміною у 0,3 раза (b = 0,3438) коефіцієнтів порівняння результативного показника — продукції сільського господарства . Тотожність значень суми теоретичних і емпіричних значень результативного показника $\sum y_t=\sum y$ свідчить про правильність здійснених розрахунків.

Достовірність розрахунків прогнозу явищ та процесів на основі методу статистичних рівнянь залежностей забезпечується шляхом обчислення для досліджуваного рівняння рівня стійкості тренду за формулою $K=1-\frac{\sum\left|d_y-bd_t\right|}{\sum d_y}$. Необхідні розрахунки для визначення такого коефіцієнта наведемо в табл. 5.

Таблиця 5.
Розрахунково-допоміжна таблиця для встановлення рівня стійкості тренду

Рік	d_y	$b\ d_t$	$\left\|d_y-bd_t\right\|$
2007	0,2510	0,2947	0,0437
2008	0,2150	0,2456	0,0306
2009	0,2285	0,1965	0,0321
2010	0,2333	0,1474	0,0859
2011	0,0907	0,0982	0,0076
2012	0,0130	0,0491	0,0361
2013	0,0000	0,0000	0,0000
Разом	1,0315	–	0,2359

Звідки:

$$K = 1 - \frac{\sum \left| d_y - bd_t \right|}{\sum d_y} = 1 - \frac{0{,}2359}{1{,}0315} = 0{,}77.$$

Встановлений рівень коефіцієнта стійкості тренду, який відповідно до шкали оцінки залежностей характеризує наявність середнього рівня стійкого зв'язку, що в свою чергу дозволяє застосувати обране рівняння тренду з метою здійснення прогнозних розрахунків.

Довірчі межі прогнозу, встановленого методом статистичних рівнянь залежностей, визначають за формулою [2, 3]:

$$\overline{d} = \frac{\sum \left| y - \overline{y} \right|}{n},$$

де $\overline{d}$ — середнє лінійне відхилення між фактичними та середнім значенням досліджуваного показника;

n — кількість спостережень.

$$y_t \pm \overline{d},$$

де y_t – теоретичні значення досліджуваного показника, що визначено на основі рівняння тренду;

$\overline{d} = \frac{\sum \left| y - \overline{y} \right|}{n}$ – середнє лінійне відхилення між фактичними та середнім значенням досліджуваного показника;

n – кількість спостережень.

Визначимо допустимий інтервал для теоретичних значень обсягу продукції сільського господарства Київської області за досліджуваний період на основі наведених вище формул (див. табл. 6).

Таблиця 6.
Розрахунково-допоміжна таблиця для встановлення середнього лінійного відхилення та теоретичних рівнів мінімальних і максимальних значень продукції сільського господарства

Рік	Продукція сільського господарства, млн. грн., y	$\left\| y - \overline{y} \right\|$	Теоретичні значення продукції сільського господарства, млн. грн., y_t		
			мінімальні	середні	максимальні
2007	11225,0	1553,1	9120,94	10569,8	12018,66
2008	11764,1	1014,0	9857,04	11305,9	12754,76
2009	11561,6	1216,5	10593,14	12042,0	13490,86
2010	11490,7	1287,4	11329,24	12778,1	14226,96
2011	13627,8	849,7	12065,34	13514,2	14963,06
2012	14791,1	2013,0	12801,44	14250,3	15699,16
2013	14986,4	2208,3	13537,54	14986,4	16435,26
Разом	89446,7	10142,0	–	89446,7	–
У середньому	12778,1	–	–	–	–

За даних табл. 6 значення середнього лінійного відхилення між фактичними та середнім значенням обсягу продукції сільського господарства Київської області за 2007-2013 рр. становить 1448,86 млн. грн. ($\overline{y} = 12778{,}10$ млн. грн., $\sum \left| y - \overline{y} \right| = 10142{,}00$ млн. грн., $\overline{d} = \frac{10142{,}00}{7} = 1448{,}86$ млн. грн.). Шляхом віднімання від теоретичних значень продукції сільського господарства Київської області (середній рівень, табл. 4) одержаного значення середнього лінійного відхилення одержимо мінімально

можливі теоретичні значення продукції сільського господарства, а відповідно шляхом додавання – максимальні (табл. 6).

Для розрахунку прогнозних значень продукції сільського господарства на наступний 2014 рік, а також 2015 р. (за межами даних табл. 4) побудуємо табл. 7.

Таблиця 7.
Прогнозні значення продукції сільського господарства на 2014–2015 рр.

Рік	Символ року, t	$1-\frac{t_i}{t_{max}}$	$b\,d_t$	Прогнозні значення обсягу продукції сільського господарства, млн. грн.		
				мінімальні	середні	максимальні
1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*
2014	8	-0,1429	-0,0491	14273,64	15722,5	17171,36
2015	9	-0,2857	-0,0982	15009,74	16458,6	17907,46

Отже, за даними табл. 7 видно, що прогнозне значення продукції сільського господарства на наступний 2014 рік складе 15722,5 млн. грн. та 16458,6 млн. грн. відповідно у 2015 р., а саме:

$$y_{t_{2014}} = 14986{,}4 \times \left(1 - 0{,}3438 \times d_{1-\frac{8}{7}}\right) = 14986{,}4 \times [1 - (-0{,}0491)] = 15722{,}5 \quad \text{млн.грн.}$$

Тобто у середньому щорічно обсяг продукції сільського господарства Київської області зростає на 736,1 млн. грн. (15722,5-14986,4=736,1 млн. грн.). Відповідне значення середньорічного приросту за методом кореляційно-регресійного аналізу складає 693,0 млн. грн. (табл. 1).

Обчислені в табл. 6 прогнозні значення продукції сільського господарства та прогнозні значення 2014–2015 рр. відобразимо графіком (див. рис. 2). У другій графі табл. 6 вміщено позначення символів часу t_i (2014–2015 роки). Графа 6 містить визначені в табл. 4 теоретичні значення продукції сільського господарства у прогнозованому періоді.

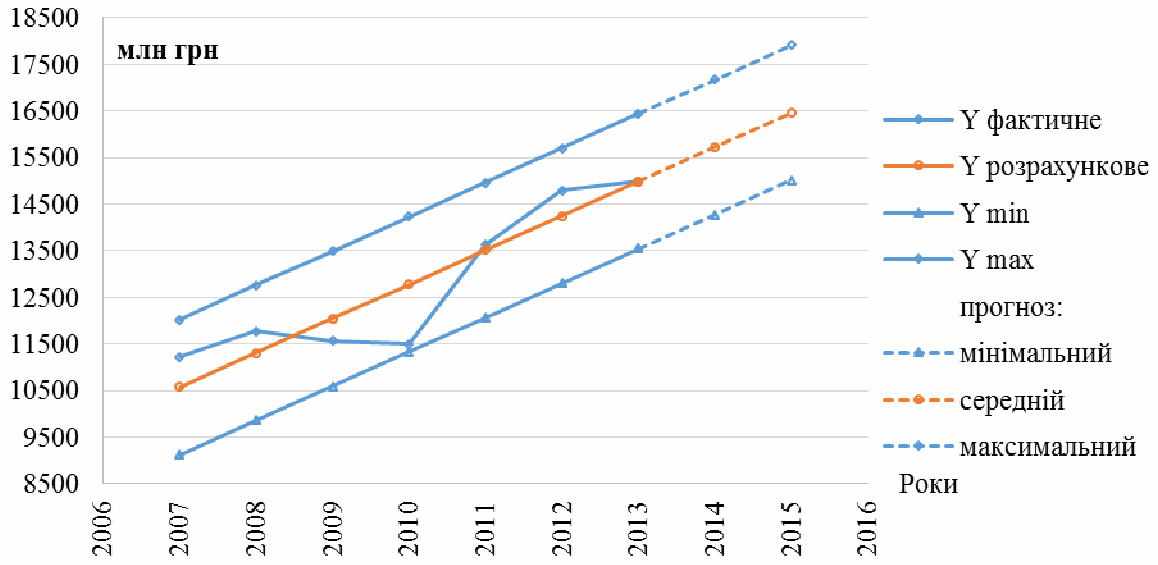

Рис. 2. Динаміка фактичного і теоретичного продукції сільського господарства за 2007-2013 рр. та прогнозні значення, виконані методом статистичних рівнянь залежностей, на 2014, 2015 рр.

Метод статистичних рівнянь залежностей дозволяє здійснити науково обґрунтоване вивчення загальної тенденції розвитку та прогнозування динаміки явищ та процесів на основі нечисленної величини рівнів ряду. Розрахунки тренду, виконані на основі методу статистичних рівнянь залежностей, досліджуваного макроекономічного показника наведено також графічно з визначенням мінімальних, середніх та максимальних прогнозних значень (рис. 2).

Проаналізуємо фактичні значення динаміки продукції сільського господарства на основі визначення похибки прогнозу, яку доцільно визначати шляхом співвідношення прогнозних рівнів з фактичними. З метою зіставлення прогнозних та фактичних значень продукції сільського господарства у 2014 році сформуємо табл. 8.

Таблиця 8.
Порівняння прогнозних значень продукції сільського господарства Київської області на 2014 рік з фактичними їх значеннями

Показник	Обсяг продукції сільського господарства
Фактичні значення за 2014 рік, млн. грн.	15874,3
Метод розрахунку прогнозу:	
1. Метод статистичних рівнянь залежностей	
а) мінімальні рівні	14273,64
б) середні рівні	15722,50
в) максимальні рівні	17171,36
2. Метод регресійних рівнянь тренду	
а) мінімальні рівні	13929,96
б) середні рівні	15550,16
в) максимальні рівні	17170,35
похибка прогнозу, %	
1. Метод статистичних рівнянь залежностей	
а) мінімальні рівні	10,08
б) середні рівні	0,96
в) максимальні рівні	8,17
2. Метод регресійних рівнянь тренду	
а) мінімальні рівні	12,25
б) середні рівні	2,04
в) максимальні рівні	8,16

Джерело: [10].

Для оцінки за даними табл. 8, де наведено шість варіантів прогнозу, які ґрунтуються на застосуванні методів статистичних рівнянь залежностей та регресійних рівнянь тренду, визначимо кращий варіант з них, на основі застосування методу комплексних статистичних коефіцієнтів (див. табл. 8). Застосуємо метод комплексних статистичних коефіцієнтів для оцінки рівня похибки прогнозних розрахунків на 2014 рік у порівнянні з фактично досягнутими значеннями за цей рік. Розрахунки проведемо за формулою [2]:

$$K_в = \sum \frac{x_i - x_{\min}}{x_{\max} - x_{\min}},$$

де $K_в$ — коефіцієнт вагомості відхилень;

x_i — значення похибки прогнозу, %;

x_{min} та x_{max} — мінімальна й максимальна величина похибки прогнозу відповідно, %.

Похибку прогнозу пропонуємо визначати за формулою:

$$Похибка \quad прогнозу = \left| \left(\frac{Прогноз * 100}{Фактичне \quad значення} \right) - 100 \right|.$$

За даними табл. 8 про величину похибки прогнозу для розрахунку комплексних статистичних коефіцієнтів побудуємо табл. 9 та 10.

Таблиця 9.
Значення відхилень похибок прогнозу обсягу продукції сільського господарства на 2014 рік

Показник		Обсяг продукції сільського господарства
Метод статистичних рівнянь залежностей	мінімальні рівні	9,13
	середні рівні	0,00

	максимальні рівні	7,21
Метод регресійного аналізу	мінімальні рівні	11,29
	середні рівні	1,09
	максимальні рівні	7,21

На основі комплексного коефіцієнта вагомості відхилень (табл. 10) встановимо місце окремого способу прогнозування основних макроекономічних показників за принципом мінімізації відхилень між фактичними та прогнозованими значеннями продукції сільського господарства.

З розрахунку виходить, що з окремих варіантів прогнозу рівнів продукції сільського господарства — найменші значення похибки прогнозу відмічено при розрахунках, виконаних методом статистичних рівнянь залежностей на основі середніх рівнів прогнозу на 2014 рік. Отже у 2014 р. найбільш вірогідним значенням прогнозу обсягу продукції сільського господарства є його обсяг на суму 15722,5 млн. грн. (середній рівень прогнозу, визначений для 2014 р. методом статистичних рівнянь залежностей).

Таблиця 10.
Значення комплексного коефіцієнта та місця окремого способу прогнозування для визначення оптимального прогнозу

Показник		Комплексний коефіцієнт	Місце прогнозу
Метод статистичних рівнянь залежностей	мінімальні рівні	0,81	5
	середні рівні	0,00	1
	максимальні рівні	0,64	4
Метод регресійного аналізу	мінімальні рівні	1,00	6
	середні рівні	0,10	2
	максимальні рівні	0,64	3

Відмітимо, що фактичний обсяг продукції сільського господарства у 2014 р. склав 15874,3 млн. грн. [10], що на 0,96 % більше від прогнозу. За результатами прогнозування продукції сільського господарства на 2014 р. методом регресійного аналізу, необхідно зазначити, що друге місце займають розрахунки на основі середніх рівнів прогнозу, третє — розрахунки на основі максимальних рівнів прогнозу.

Оскільки на основі ретроспективного аналізу нами встановлено кращий метод прогнозування досліджуваного показника та форму рівняння тренду, то скористаємося цим для прогнозування продукції сільського господарства Київської області на 2015-2016 рр. Розрахунки проведемо за формулою (табл. 11):

$$y_t = y_{\max}\left(1 - bd_{1-\frac{t_i}{t_{max}}}\right).$$

За даними табл. 11 параметри рівняння тренду прямої залежності становлять [6]:

1. y_{max} = 15874,3 (млн. грн.).
2. Параметр залежності “*b*”:

$$b = \frac{\sum\left(1 - \frac{y_i}{y_{max}}\right)}{\sum\left(1 - \frac{t_i}{t_{max}}\right)} = \frac{1,3653}{3,5000} = 0,3901.$$

Рівняння лінійного тренду набуло вигляду:

$$y_t = 15874,3 \times \left(1 - 0,3901 \times d_{1-\frac{t_i}{t_{max}}}\right).$$

Таблиця 11.
Розрахунково-допоміжна таблиця для встановлення параметрів тренду

Рік	Продукції сільського господарства, млн. грн., y	Символ року, t	$1-\frac{t_i}{t_{\max}}$ (d_t)	$1-\frac{y_i}{y_{\max}}$ (d_y)	$b\ d_t$	$\lvert d_y - bd_t \rvert$	$\lvert y - \bar{y} \rvert$	Теоретичні значення продукції сільського господарства , млн. грн., y_t		
								мінімальні	середні	максимальні
2007	11225,00	1	0,8750	0,2929	0,3413	0,0484	1940,13	8801,18	10455,95	12110,73
2008	11764,10	2	0,7500	0,2589	0,2926	0,0336	1401,03	9575,23	11230,00	12884,78
2009	11561,60	3	0,6250	0,2717	0,2438	0,0279	1603,53	10349,28	12004,05	13658,83
2010	11490,70	4	0,5000	0,2761	0,1950	0,0811	1674,43	11123,33	12778,10	14432,88
2011	13627,80	5	0,3750	0,1415	0,1463	0,0048	462,67	11897,38	13552,15	15206,93
2012	14791,10	6	0,2500	0,0682	0,0975	0,0293	1625,98	12671,43	14326,20	15980,98
2013	14986,40	7	0,1250	0,0559	0,0488	0,0072	1821,28	13445,48	15100,25	16755,03
2014	15874,30	8	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	2709,18	14219,53	15874,30	17529,08
Разом	105321,00	36	3,5000	1,3653	-	0,2323	13238,20	–	105321,00	–
У середньому	13165,13	–	–	–	–	–	–	–	–	–
2015	–	9	-0,1250	–	-0,0488	–	–	14993,58	16648,35	18303,13
2016	–	10	-0,2500	–	-0,0975	–	–	15767,63	17422,40	19077,18

Параметр “*b*” рівняння означає, що зміна відхилень коефіцієнтів порівняння динамічного ряду на один рік супроводжується зміною у 0,4 раза (b = 0,3901) коефіцієнтів порівняння результативного показника — продукції сільського господарства. Визначимо також коефіцієнт стійкості тренду:

$$K = 1 - \frac{\sum \left| d_y - b d_t \right|}{\sum d_y} = 1 - \frac{0{,}2323}{1{,}3653} = 0{,}83.$$

Встановлений рівень коефіцієнта стійкості тренду, який характеризує високий рівень стійкості тренду, дозволяє застосувати обране рівняння тренду з метою здійснення прогнозних розрахунків.

За даних табл. 11 значення середнього лінійного відхилення між фактичними та середнім значенням обсягу продукції сільського господарства Київської області за 2007-2014 рр. становить 1654,78 млн. грн. ($\bar{y} = 13165{,}13$ млн. грн., $\sum \left| y - \bar{y} \right| = 13238{,}20$ млн. грн., $\bar{d} = \frac{13238{,}20}{8} = 1654{,}78$ млн. грн.). За даними табл. 11 видно, що прогнозне значення продукції сільського господарства на наступний 2015 рік складе 16648,35 млн. грн. та 17422,40 у 2016 р., а саме:

$$y_{t_{2015}} = 15874{,}3 \times \left(1 - 0{,}3901 \times d_{1-\frac{9}{8}} \right) = 15874{,}3 \times \left[1 - (-0{,}0488) \right] = 16648{,}35 \quad \text{млн.грн.}$$

Тобто у середньому щорічно обсяг продукції сільського господарства Київської області зростає на 774,05 млн. грн. (16648,35-15874,30=774,05 млн. грн.).

Обчислені в табл. 11 прогнозні значення продукції сільського господарства та прогнозні значення 2015–2016 рр. відобразимо графіком (див. рис. 3).

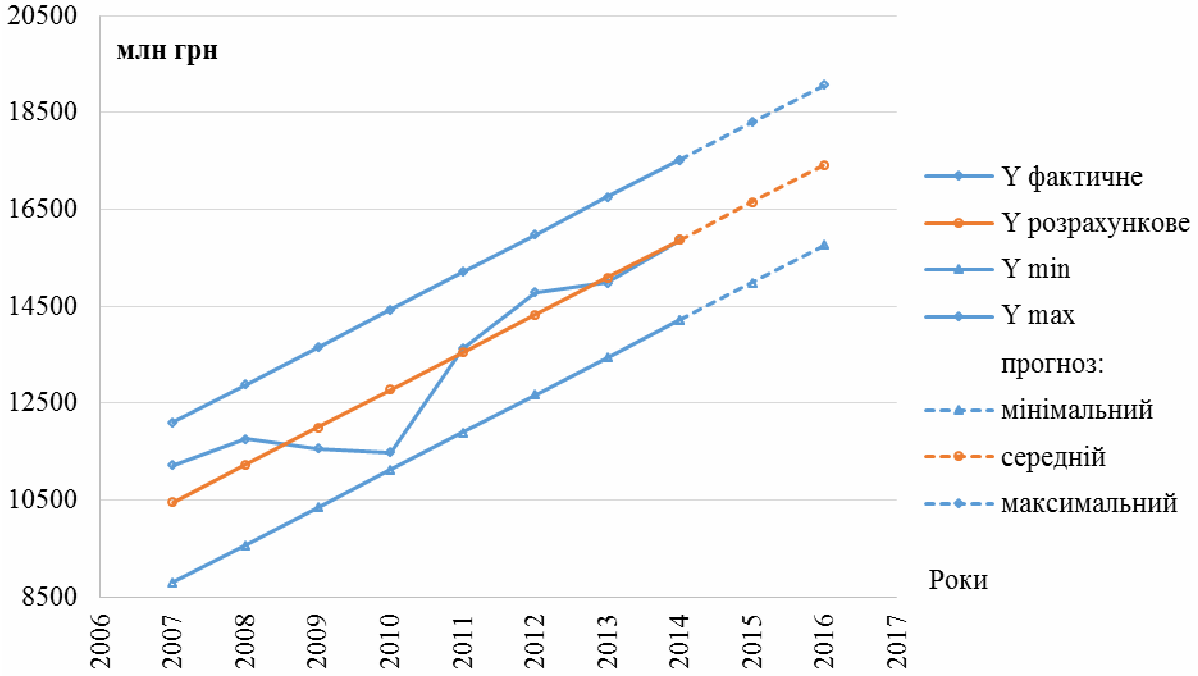

Рис. 2. Динаміка фактичного і теоретичного продукції сільського господарства за 2008-2014 рр. та прогнозні значення, виконані методом статистичних рівнянь залежностей, на 2015–2016 рр.

Висновки з цього дослідження і перспективи подальших розвідок у цьому напрямку. Застосування методу статистичних рівнянь залежностей для вивчення змін в динаміці дозволяє зменшити рівень похибки прогнозного розрахунку у зв’язку з тим, що таке вивчення дає змогу отримати науково обґрунтовані результати як при нечисленній, так і численній сукупності рівнів динамічного ряду, а також через те, що самі обчислення не містять степеневі величини (квадрати значень, 3-я степінь тощо).

Наведені методологічні положення прогнозування продукції сільського господарства дозволяють також здійснювати оцінку динаміки макро- та мікроекономічних показників та обсягу валового регіонального продукту на регіональному рівні, з метою обґрунтування прогнозування розвитку територіальної громади або обсягу надходжень до бюджету на районному рівні.

Викладена методика вибору методів прогнозування показників соціально-економічного розвитку може бути використана суб’єктами господарсько-фінансової діяльності (промисловими та сільськогосподарськими

підприємствами тощо), студентами при підготовці курсових та дипломних робіт та аспірантами в наукових дослідженнях.

Література.

1. *Головач, А. В.* Статистичне забезпечення управління економікою: прикладна статистика [Текст] : навч. посіб. / А. В. Головач, В. Б. Захожай, Н. А. Головач. — К. : КНЕУ, 2005. — 333 с.
2. *Кулинич, Е. И.* Статистическая оценка факторов хозяйственной деятельности заготовительных организаций [Текст] / Е. И. Кулинич. — М. : Финансы и статистика, 1983. — 192 с.
3. *Кулинич, О. І.* Теорія статистики [Текст] : підруч. / О. І. Кулинич, Р. О. Кулинич. — [7–е вид., перероб. і доп.]. — К. : Знання, 2015. — 239 с.
4. *Кулинич, Р. О.* Програмне забезпечення статистичних методів [Електронний ресурс] Персональний сайт Кулинича Р. О. – URL : http:// www.kulynych.in.ua/ software-statistical-methods
5. *Кулинич, Р. О.* Статистична оцінка чинників соціально-економічного розвитку [Текст] : монограф. / Р. О. Кулинич. — К. : Знання, 2007. — 311 с.
6. *Кулинич, Р. О.* Статистичні методи аналізу взаємозв'язку показників соціально-економічного розвитку [Текст] : монограф. / Р. О. Кулинич. — К. : Формат, 2008. — 288 с.
7. *Манцуров, І. Г.* Статистика економічного зростання та конкурентоспроможності країни [Текст] : монограф. / І. Г. Манцуров. — К. : КНЕУ, 2006. – 392 с.
8. *Осауленко, О. Г.* Національна статистична система: стратегічне планування, методологія та організація [Текст] : монограф. / О. Г. Осауленко. — К. : Інформаційно-аналітичне агентство, 2008. — 415 с.
9. Статистика ринків [Текст] : підруч. [для вищ. навч. закл.] / ДАСОА; за наук. ред. Н. О. Парфенцевої. — К. : Інформаційно-аналітичне агентство, 2007. – 863 с.
10. Статистичний щорічник Київської області за 2014 рік / [за ред. Л. П. Височан]; Головне управління статистики у Київській області. – К. : ДП "Інформаційно-аналітичне агентство", 2015. – С. 27.
11. *Ферстер, Э.* Методы корреляционного и регрессионного анализа: Руководство для экономистов [Текст] / Э. Ферстер, Б. Ренц ; [пер. с нем.]. – М. : Финансы и статистика, 1983. — 302 с.

References.

1. Holovach, A. V. Zakhozhaj, V. B. and Holovach, N. A. (2005), *Statystychne zabezpechennia upravlinnia ekonomikoiu: prykladna statystyka* [Statistical Support economic governance: applied statistics], KNEU, Kyiv, Ukraine.
2. Kulynych, E. I. (1983), *Statisticheskaja ocenka faktorov hozjajstvennoj dejatel'nosti zagotovitel'nyh organizacij* [Statistical evaluation of the factors of economic activity procurement organizations], Finansy i statistika, Moscow, Russia.
3. Kulynych, O. I. and Kulynych, R. O. (2015), *Teoriia statystyky* [Theory of Statistics], 7nd ed, Znannia, Kyiv, Ukraine.
4. Personal site Kulynych, R. O. (2016), "Software statistical methods" available at: http://www.kulynych.in.ua/software-statistical-methods (Accessed 4 January 2016).
5. Kulynych, R. O. (2007), *Statystychna otsinka chynnykiv sotsial'no-ekonomichnoho rozvytku* [Statistical evaluation factors of socio-economic development], Znannia, Kyiv, Ukraine.
6. Kulynych, R. O. (2008), *Statystychni metody analizu vzaiemozv'iazku pokaznykiv sotsial'no-ekonomichnoho rozvytku* [Statistical methods for analysis of dependences indicators of socio-economic development], Format, Kyiv, Ukraine.
7. Mantsurov, I. G. (2006), *Statystyka ekonomichnoho zrostannia ta konkurentospro-mozhnosti krainy* [Statistic of economic growth and competitiveness of the country], KNEU, Kyiv, Ukraine.
8. Osaulenko, O. G. (2008), *Natsional'na statystychna systema: stratehichne planuvannia, metodolohiia ta orhanizatsiia* [The national statistical system: strategic planning, methodology and organization], Informatsijno-analitychne ahentstvo, Kyiv, Ukraine.
9. Parfentseva, N. O. (2007), *Statystyka rynkiv* [Statistics Markets], Informatsijno-analitychne ahentstvo, Kyiv, Ukraine.
10. State Statistics Service of Ukraine (2015), "Statystychnyj schorichnyk Kyivs'koi oblasti za 2014 rik" [Statistical Yearbook of Kyiv region by 2014], Informatsijno-analitychne ahentstvo, Kyiv, Ukraine.
11. Ferster, E. and Renc, B. (1983), *Metody korreljacionnogo i regressionnogo analiza: Rukovodstvo dlja jekonomistov* [Methods correlation and regression analysis: guidance for economists], Finansy i statistika, Moscow, Russia.

Стаття надійшла до редакції 18.12.2015 р.